

# PRUEBA DE MATEMÁTICAS

GRADUANDOS 2010



Gobierno de Guatemala

Ministerio de Educación



## Dirección General de Evaluación e Investigación Educativa -DIGEDUCA-

### Directora

Lcda. Luisa Fernanda Müller Durán

### Autoría

Lcda. Sofía Noemí Gutiérrez Méndez

Departamento de Desarrollo de Instrumentos

Dirección de Desarrollo

Edición, Diagramación y Producción Digital  
Unidad de Divulgación

Lcda. María Teresa Marroquín Yurrita

Es necesario que los profesores conozcan el material con el que se evalúa a sus estudiantes, por lo que se publica esta prueba explicando todo su contenido para ser utilizado como material didáctico dentro del aula.

Dirección General de Evaluación e Investigación Educativa

© DIGEDUCA 2012 todos los derechos reservados.

Se permite la reproducción de este documento, total o parcial, siempre que no se alteren los contenidos ni los créditos de autorías y edición. Los autores son responsables por la selección y presentación de los hechos contenidos en esta publicación, así como de las opiniones expresadas en ella, no comprometiendo así a la DIGEDUCA ni al MINEDUC.

Disponible en red: <http://www.mineduc.gob.gt/DIGEDUCA>

**Este es un material desechable.**

**Para citar este documento:**

Gutiérrez, S. (2012). *Prueba Liberada de Matemáticas. Graduandos 2010, Forma A*. Guatemala: Dirección General de Evaluación e Investigación Educativa, Ministerio de Educación.

# CONTENIDO

## CONTENIDO

DESCRIPCIÓN DE LOS ÍTEMS DE LA PRUEBA DE GRADUANDOS APLICADA EN EL 2010.....	4
INTRODUCCIÓN.....	5
1. COMPETENCIAS MATEMÁTICAS EVALUADAS .....	6
2. NIVELES DE MARZANO EVALUADOS.....	6
2.1.1 Conocimiento .....	7
2.1.2 Comprensión .....	8
2.1.3 Análisis.....	8
2.1.4 Utilización.....	8
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	12
Prueba liberada de Matemáticas Graduandos 2010, Forma A.....	13

# DESCRIPCIÓN DE LOS ÍTEMS DE LA PRUEBA DE GRADUANDOS APLICADA EN EL 2010

La Dirección General de Evaluación e Investigación Educativa, con la finalidad de dar información relevante a partir de las aplicaciones realizadas, presenta los ítems que componen una de las distintas formas de cuadernillos aplicados a los graduandos, con el propósito que la comunidad educativa conozca las características que conforman la prueba.

## Ítem 2

2. El valor de  $x$  en la ecuación  $4x - 6[2x - 3(5x - 8)] = 20$  es:

- a)  $\frac{11}{5}$       b) 2      c) 22.5      d) 6

**Contenido:** Álgebra y Funciones: Ecuaciones

**¿Qué mide el ítem?** Mide la habilidad de calcular el valor de una variable en una ecuación.

**Nivel de competencia:** Reproducción, definiciones y cálculos

**Nivel de Marzano:** Conocimiento-Recuerdo

**Respuesta correcta:** B

**Análisis de distractores:**

Respuestas obtenidas en la Evaluación Graduandos 2007					
ÍTEM	A	B	C	D	Sin Respuesta
2	15.8%	38.3%	15.4%	21.8%	8.8%

**Justificación de distractores:**

- Opción a: El estudiante ejecutó la ecuación dividiendo el producto, entre los demás factores.
- Opción c: El estudiante no respetó el orden jerárquico de las operaciones.
- Opción d: El estudiante igualó toda la ecuación.

Se indica el número de ítem que se presentó en la prueba que tomaron los alumnos. Los ítems se muestran ordenados de acuerdo al nivel de dificultad, siendo el primer ítem el más fácil y el último, el más difícil.

Se describen las características del ítem.

La columna que se identifica como "Sin respuesta" presenta el porcentaje de estudiantes que no respondieron al ítem.

Se muestra el ítem tal y como apareció en la prueba tomada por los estudiantes. El ítem es de opción múltiple con cuatro respuestas.

Se presenta en una tabla el porcentaje total de estudiantes que eligieron determinada opción.

Se explican brevemente los posibles errores cometidos al seleccionar alguna de las opciones incorrectas.

## INTRODUCCIÓN

## INTRODUCCIÓN

A continuación encontrará la Forma A de la Prueba de Matemáticas utilizada para evaluar esta competencia en estudiantes de último grado del Ciclo Diversificado. Además de la prueba como tal, se presentan las respuestas correspondientes. El propósito de esta publicación es:

- Difundir el enfoque que tiene la Prueba de Matemática aplicada por el Sistema Nacional de Evaluación.
- Informar sobre los contenidos, niveles de competencia y niveles cognitivos que evalúa.
- Inducir a los futuros evaluados en la práctica de los mismos.
- Retroalimentar a estudiantes, docentes y personas interesadas.

El estudio de las matemáticas es prioritario en la mayoría de países. Forma parte de los currículos y en la distribución horario tiene una gran proporción del trabajo diario de los profesores. Para PISA "...la formación matemática es la capacidad del individuo, a la hora de desenvolverse en el mundo, para identificar, comprender, establecer y emitir juicios con fundamento, acerca del papel que juegan las matemáticas como elemento necesario para la vida actual y futura de ese individuo, como ciudadano constructivo, comprometido y capaz de razonar" (2001, página 71).

Compartimos que la matemática es mucho más que conocimientos; es proveer al estudiante de habilidades y destrezas para salir adelante en todas las actividades de la vida. Pero esas destrezas y formas de pensamiento se desarrollan con base en los conocimientos de:

## Áreas de Matemáticas

1. Sistemas numéricos, estimación, medición y aritmética. **Incluye el estudio de los sistemas numéricos (números naturales, enteros, racionales y reales) con sus operaciones, propiedades, algoritmos para cálculos escritos, mentales y estimaciones. Se concluye el componente con el estudio y aplicación de los sistemas de medidas.**

2. Geometría. **Incluye elementos de la geometría Euclidiana.**

3. Álgebra y funciones. **Se inicia con el reconocimiento y creación de patrones, algoritmos aritméticos y algebraicos y el estudio de las funciones definidas en los números reales.**

4. Probabilidad y Estadística. **Distinguir eventos posibles, imposibles y probables; es el inicio del estudio de las probabilidades, desarrollando diferentes partes de la teoría, llegando al estudio de probabilidad condicionada. Relacionada con la probabilidad está la estadística que desarrolla destrezas de recolección, organización y análisis de datos, construcción e interpretación de gráficas estadísticas.**

Como ejes transversales de los cuatro componentes están: la resolución de problemas, conexiones con otras ciencias, aplicación al contexto y pertenencia.

## 1. COMPETENCIAS MATEMÁTICAS EVALUADAS

### 1. COMPETENCIAS MATEMÁTICAS EVALUADAS

Para hacer una matemática real, es necesario desarrollar competencias matemáticas, es decir, destrezas y habilidades que acompañen al ciudadano en su vida académica y profesional, que aplique en la resolución de problemas. La prueba de Matemáticas mide el logro de las siguientes competencias:

#### 1.1. Reproducción, definiciones y cálculo

Incluye el conocimiento de hechos, la representación, el uso de equivalencias, las operaciones simples, la aplicación de propiedades matemáticas, el desarrollo de algoritmos y la solución de problemas de rutina.

#### 1.2. Conexiones e integración para la resolución de problemas

Se espera la interconexión de los componentes de la matemática (definiciones, afirmaciones, teoremas y demostraciones, etcétera) con el objetivo de resolver problemas que no son de rutina. La conexión considera la construcción de modelos, traducción, interpretación y solución de problemas estándar y el uso de diferentes estrategias.

#### 1.3. Pensamiento matemático, generalización y comprensión súbita

Es la matematización y modelado de problemas. Con esta competencia se moviliza la comprensión y creatividad para enlazar conocimientos de distintas procedencias. Abarca la formulación y solución de problemas complejos, el desarrollo de una aproximación matemática y la capacidad de generalización.

## 2. NIVELES DE MARZANO EVALUADOS

### 2. NIVELES DE MARZANO EVALUADOS

La taxonomía de Robert Marzano es una revisión de la taxonomía de Bloom, que expandió la concepción de un modelo de aprendizaje simple, unidimensional y conductista, a uno multidimensional y por naturaleza más constructivista.

Marzano ha propuesto lo que llama *una nueva taxonomía de objetivos educativos*. Como su nombre lo indica, es una clasificación de objetivos diseñada para responder al contexto actual del aprendizaje, basado en los programas oficiales de estudio (o estándares). El modelo de destrezas del pensamiento de Marzano incorpora un amplio rango de factores relacionados con el modo en que aprenden los estudiantes.

La taxonomía de Marzano está constituida por tres sistemas y el área del conocimiento; todos ellos son importantes para el pensamiento y el aprendizaje. Los tres sistemas y el área del conocimiento son:

- a) El Sistema de Conciencia del Ser (Autoestima), que determina el grado de motivación al nuevo aprendizaje.
- b) El Sistema de Metacognición, que elabora el plan de acción.
- c) El Sistema Cognitivo, que procesa toda la información necesaria.
- d) El Dominio del Conocimiento, que provee el contenido necesario.

**2.1 El Sistema Cognitivo:** los procesos mentales en el sistema cognitivo proceden del área del conocimiento. Estos procesos otorgan a las personas acceso a la información y a los procedimientos que subyacen en su memoria y las ayudan a manipular este conocimiento.

Marzano divide el Sistema Cognitivo en cuatro procesos, cada uno de los cuales requiere del anterior. Los educadores deben proponer actividades que ayuden a los estudiantes a desarrollar los correspondientes procesos hasta lograr que lleguen a actuar autorreguladamente. Los siguientes son los cuatro procesos mentales que las pruebas de Lectura evalúan en los estudiantes del Nivel de Educación Media del Ciclo de Educación Diversificada.

### 2.1.1 Conocimiento

El estudiante recuerda la información exactamente como fue almacenada en la memoria permanente. Se distinguen dos procesos fundamentales:

**Recuerdo:** identifica o reconoce la información pero no necesariamente comprende su estructura.

**Ejecución:** realiza procedimientos, pero no necesariamente comprende cómo se producen.

### 2.1.2 Comprensión

El estudiante identifica los detalles de la información que son importantes. Recuerda y ubica la información en la categoría apropiada. Los procesos característicos de la comprensión son:

**Síntesis:** identifica la mayoría de los componentes de un concepto y suspende los detalles insignificantes del mismo.

**Representación:** presenta la información en categorías para que sea más fácil de encontrarla y utilizarla.

### 2.1.3 Análisis

El estudiante utiliza lo que ha aprendido para crear nuevos conocimientos y aplicarlo en situaciones nuevas. Los principales procesos del análisis son:

**Relación:** identifica similitudes y diferencias importantes entre conocimientos.

**Clasificación:** identifica categorías relacionadas al conocimiento de sobre y subordinación.

**Análisis de errores:** identifica errores en la presentación y uso del conocimiento.

**Generalizaciones:** construye nuevas generalizaciones o principios basados en el conocimiento.

**Especificaciones:** identifica aplicaciones específicas o consecuencias lógicas del conocimiento.

### 2.1.4 Utilización

El estudiante aplica el conocimiento en situaciones específicas. Los procesos fundamentales de la utilización son:

**Toma de decisiones:** utiliza el conocimiento para tomar decisiones o tomar decisiones acerca del uso del conocimiento.

**Resolución de problemas:** utiliza el conocimiento para resolver problemas o resolver problemas sobre el conocimiento.

**Investigación experimental:** utiliza el conocimiento para generar y evaluar hipótesis o puede generar y evaluar hipótesis sobre el conocimiento.



La tabla muestra en resumen, las competencias y los contenidos que se evalúan en la Prueba de Matemáticas.

Tabla 1. Matemáticas graduandos, forma A 2010

COMPETENCIAS	
1	Reproducción, definiciones y cálculos
2	Conexiones e integración para la resolución de problemas
3	Pensamiento matemático, generalización y comprensión súbita
CONTENIDOS	
Álgebra y funciones	Álgebra
	Ecuaciones
Geometría	Ángulos
	Área
	Perímetro
	Sector Circular
	Semejanza de triángulos
	Volumen
Probabilidad y estadística	Estadística
	Probabilidad
Sistemas Numéricos	Aritmética
	Medidas
	Porcentaje
	Proporciones

La siguiente tabla muestra una comparación entre los niveles de las taxonomías de Bloom y Marzano, así como el número del ítem en la Prueba de Matemáticas que evalúa cada nivel.

Tabla 2. Comparación entre los niveles de las taxonomías de Bloom y Marzano

TAXONOMÍA DE BLOOM	TAXONOMÍA DE MARZANO	NÚMERO DE ÍTEM EN LA PRUEBA DE LECTURA QUE EVALÚA CADA NIVEL
<b>SISTEMA COGNITIVO</b>		
<b>CONOCIMIENTO</b>	<b>CONOCIMIENTO</b>	<b>CONOCIMIENTO</b>
Recordar información	CONOCIMIENTO DECLARATIVO	1, 2, 4,5,6,7,8,10,11,13,16,17,36
Memorizar	Reconocimiento	
	Recordar	
	CONOCIMIENTO PROCEDIMENTAL	
	Ejecución	
<b>COMPRENSIÓN</b>	<b>COMPRENSIÓN</b>	<b>COMPRENSIÓN</b>
Traducción	Simbolización	3, 12, 15,18,19,20, 21,,23,24 25,26, 37,38,39
Interpretación	Integración	
Extrapolación		
<b>ANÁLISIS</b>	<b>ANÁLISIS</b>	<b>ANÁLISIS</b>
Análisis de relaciones	Concordancia o correspondencia	14, 22, 41, 42,43,44
	Generalización	
<b>SÍNTESIS</b>		
Identificación de un set abstracto de relaciones	Clasificación	
	Generalización	
<b>EVALUACIÓN</b>		
Juicios en términos de evidencia intrínseca	Análisis de error	
	Generalización	
Este desarrollo conceptual no se había realizado	<b>UTILIZACIÓN</b>	<b>UTILIZACIÓN</b>
	Toma de decisiones	9,28, 29, 30, 31,32,33,34 35,45
	Resolución de problemas	
	Experimentación / Investigación	

SISTEMA METACOGNITIVO		
	Especificación de las metas del aprendizaje	Este nivel no se pueden evaluar con pruebas de selección múltiple
	Monitoreo de la ejecución del conocimiento	
	Monitoreo de la claridad	
	Monitoreo de la precisión	
AUTOESTIMA		
	Convicciones acerca de la importancia del conocimiento	Este nivel no se pueden evaluar con pruebas de selección múltiple
	Convicciones acerca de la eficiencia	
	Emociones asociadas con el conocimiento	

La siguiente tabla de doble entrada muestra el número de ítem en la Prueba de Matemáticas que evalúa determinada competencia y su respectivo nivel cognitivo.

Tabla 3. Competencias y niveles cognitivos

Nivel Cognitivo / Competencia	CONOCIMIENTO	COMPRENSIÓN	ANÁLISIS	UTILIZACIÓN
Reproducción, definiciones y cálculos	1, 2, 4,5,7,8,10,11,13,16, 17,36	3, 12,15,18,19,20, 21,23,24,25,26		
Conexiones e integración para la resolución de problemas		27,37	22	9,27,28,29,30,31, 32,33,34,35
Pensamiento matemático, generalización y comprensión súbita		38,39	14,41,42,43, 44,	

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Marzano, R. y Kendall, J. (2007). *“The new Taxonomy of Educational Objectives”*. Estados Unidos: Editorial Corwin Press. Pág. 35-53
- OCDE (2001): *Pisa. La medida de los conocimientos y destrezas de los alumnos. La evaluación de la lectura, las matemáticas y las ciencias en el Proyecto Pisa 2000*. España: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, INCE, pág. 160

**Prueba liberada de Matemáticas**  
**Graduandos 2010**  
**Forma A**

Ítem 20

La tabla muestra la temperatura (en grados centígrados) para algunos departamentos

Departamentos	Máxima	Mínima
Cobán	26	16
Escuintla	31	20
Flores	33	22
Guatemala	26	17
Huehuetenango	25	14
Quetzaltenango	23	13
Puerto Barrios	31	23
Zacapa	32	22

Para los departamentos de la tabla, ¿cuál es el promedio de las temperaturas máximas?

- a) Aproximadamente 28°C                      c) Aproximadamente 23°C  
 b) Aproximadamente 18°C                      d) Aproximadamente 25°C

Contenido: Estadística

¿Qué mide el ítem? La habilidad del estudiante para interpretar datos.

Nivel de competencia: Definiciones y cálculos

Nivel de Marzano: Comprensión

Análisis de Distractores					
ÍTEM	A	B	C	D	Sin Respuesta
20	54.8%	10.9%	13.6%	18.1%	2.7%

RESPUESTA CORRECTA: A

Solución:

- Para poder establecer el promedio de las temperaturas máximas se deben sumar todas  $26+31+33+26+25+23+31+32=227$  y luego dividir dentro de todas las temperaturas que son ocho (8), entonces  $227/8 = 28.37$ , por los que la respuesta correcta es: Aproximadamente 28° C.

Posibles errores cometidos por los estudiantes	
B	El error es tomar las temperaturas mínimas.
C	El error es tomar todas las temperaturas, tanto las máximas como las mínimas y dividir dentro de 16.
D	El error es visualizar en la tabla los datos que se encuentran en la parte central y tomarlos como el promedio.

## Ítem 36

¿Cuál de las siguientes desigualdades es verdadera?

a)  $-\frac{3}{5} > -\frac{1}{2}$                       c)  $-5.11 > -2.13$

b)  $3.1\bar{6} < 3.15$                       d)  $-\frac{12}{25} > -\frac{2}{5}$

**Contenido:** Aritmética

**¿Qué mide el ítem?** La habilidad del estudiante de aplicar las propiedades de la aritmética.

**Nivel de competencia:** Definiciones y cálculos

**Nivel de Marzano:** Conocimiento

Análisis de Distractores					
ÍTEM	A	B	C	D	Sin Respuesta
36	21.3%	28.5%	21.3%	19.9%	9.0%

**RESPUESTA CORRECTA:** D

**Solución:**

- La razón  $12/25$  es mayor que  $2/5$  pero como el signo es negativo en las dos razones, significa que en la recta numérica el  $-2/5$  se encuentra más cerca del cero por lo tanto es mayor que  $-12/25$ .

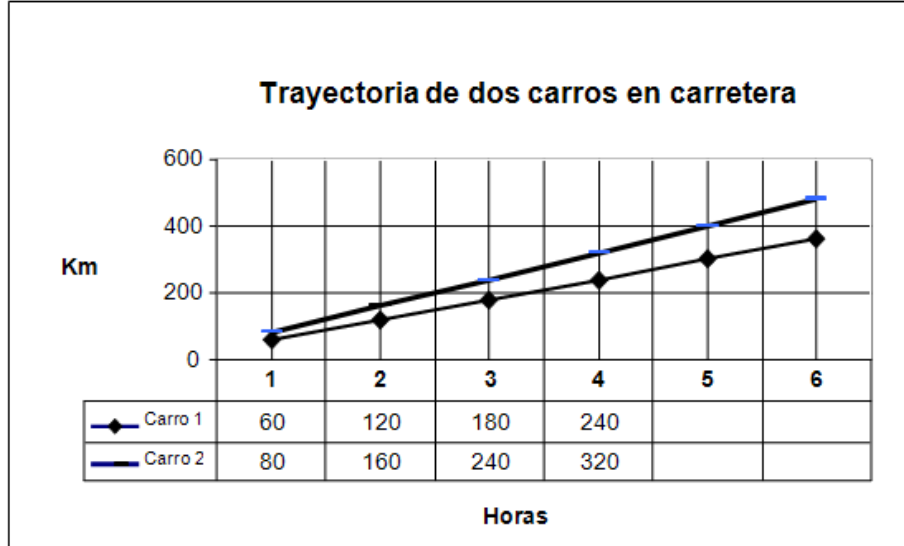
Posibles errores cometidos por los estudiantes	
A	La razón $3/5$ es mayor que $1/2$ , pero como tienen signo negativo, la más cercana al cero es $1/2$ , por lo tanto la comparación no es verdadera.
B	El número decimal $3.1\bar{6}$ tiene una centésima más que el $3.15$ y además es periódica, por lo que la comparación no es verdadera.
C	El número decimal $5.11$ es mayor que $2.13$ pero como los dos tienen signo negativo, la comparación no es verdadera.





Ítem 28

La siguiente gráfica muestra la trayectoria de dos carros en carretera. Obsérvela, analízela y luego responda la pregunta.



¿Qué diferencia en km le lleva el carro 2 al carro 1 a las 6 horas de trayectoria?

- a) 360 km      b) 480 km      c) 120 km      d) 840 km

Contenido: Estadística

¿Qué mide el ítem? La habilidad del estudiante de interpretar gráficas.

Nivel de competencia: Resolución de problemas

Nivel de Marzano: Utilización

Análisis de Distractores					
ÍTEM	A	B	C	D	Sin Respuesta
28	16.2%	22.5%	51.1%	7.2%	3.0%

RESPUESTA CORRECTA: C

Solución:

Carro1	60	120	180	240	300	360
Carro2	80	160	240	320	400	480

- Al completar la tabla se observa que a las seis horas, el carro 1 ha alcanzado una distancia de 360 Km y el carro 2 una distancia de 480, por lo tanto  $480-360= 120$  Km, el carro 2 se encuentra a 120 km del carro 1.

Posibles errores cometidos por los estudiantes	
A	Se tomó la distancia que recorrió el carro 1 a las seis horas.
C	Se tomó la distancia que recorrió el primer carro a las seis horas.
D	Se tomó las distancias que recorrieron los dos carros y se sumaron.

## Ítem 3

Multiplique: $0.85 \times 0.009 =$	
a) 7.65	c) 0.0765
b) 0.765	d) 0.00765

**Contenido:** Aritmética

**¿Qué mide el ítem?** La habilidad del estudiante de realizar operaciones básicas.

**Nivel de competencia:** Definiciones y cálculos

**Nivel de Marzano:** Comprensión

Análisis de Distractores					
ÍTEM	A	B	C	D	Sin Respuesta
3	9.4%	18.4%	23.7%	46.4%	2.1%

**RESPUESTA CORRECTA:** D

**Solución:** La multiplicación de las cifras significativas es  $85 \times 9 = 765$  y las cifras ubicadas después del punto, en total son cinco ( $0.85 \times 0.009$ ), por lo que el resultado final será 0.00765.

Posibles errores cometidos por los estudiantes	
A	El estudiante usó el resultado de las cifras significativas y para escribirla en forma decimal, colocó el punto después de la segunda cifra.
B	El estudiante al multiplicar solo toma las tres cifras significativas para establecer la posición del punto decimal.
C	El estudiante al multiplicar toma dos posiciones más, para colocar el punto decimal.

## Ítem 4

El 20% de un número es 50. ¿Cuál es el número?

- a) 1000                      c) 250  
b) 500                         d) 2.50

**Contenido:** Aritmética

**¿Qué mide el ítem?** La habilidad del estudiante para calcular porcentajes.

**Nivel de competencia:** Definiciones y cálculos

**Nivel de Marzano:** Conocimiento

Análisis de Distractores					
ÍTEM	A	B	C	D	Sin Respuesta
4	24.0%	16.4%	43.4%	13.4%	2.8%

**RESPUESTA CORRECTA:** C

**Solución:**

- Se resuelve por medio de una regla de tres.

$$\begin{array}{r} 100\% \quad \underline{\quad} \quad X \\ 20\% \quad \underline{\quad} \quad 50 \end{array}$$

Por lo que  $\frac{100 \times 50}{20} = 250$

Posibles errores cometidos por los estudiantes	
A	Solo multiplicó los valores que se establecen en el problema.
B	Al no tener claro el concepto solo operó como un promedio $20 \cdot 50$ dividido entre 2.
D	Solo dividió los valores que se establecen en el problema.

Ítem 33

Un problema que se podría enunciar asociado con las cantidades  $3\frac{4}{9}$  y  $\frac{1}{3}$  es:

- a) Si tengo tres tablas de 1 metro y otra de  $\frac{4}{9}$  de metro, ¿cuánta madera más necesito para tener el triple de eso?
- b) Si una vaca toma  $3\frac{4}{9}$  litros de agua al día, ¿cuánta más agua debiera tener si compra dos caballos más?
- c) Si tres veces al día, Alicia come 4 de 9 bananos, ¿en cuántos días Alicia comerá  $\frac{1}{3}$  de los bananos que ha recibido?
- d) Si un agricultor posee  $3\frac{4}{9}$  cuerdas de terreno y necesita  $\frac{1}{3}$  de cuerdas para sembrar un saco de semilla, ¿cuántos sacos de semilla puede el agricultor sembrar en su terreno?

**Contenido:** Aritmética

**¿Qué mide el ítem?** Mide la habilidad de razonamiento de los alumnos.

**Nivel de competencia:** Resolución de problemas

**Nivel de Marzano:** Utilización

Análisis de Distractores					
ÍTEM	A	B	C	D	Sin Respuesta
33	8.8%	11.5%	27.2%	46.4%	6.2%

**RESPUESTA CORRECTA:** D

**Solución:**

- Se analiza que en esta opción se menciona las dos fracciones de la condición, además se utiliza la misma medida en todo el problema, que son manzanas. El problema responde a una situación real que puede resolverse, por lo tanto esta es la respuesta correcta.

Posibles errores cometidos por los estudiantes	
A	El error es no utilizar los valores de la condición.
B	El error es no utilizar los valores de la condición y no tiene relación un animal con el otro.
C	En esta opción no hay un todo al que se le opera las fracciones de la condición.

Ítem 38

¿Cuál es el valor de X?

5	13	8	16	X	19
---	----	---	----	---	----

a) 21                      c) 24  
 b) 12                      d) 11

Contenido: Aritmética

¿Qué mide el ítem? La habilidad de encontrar la relación que existe en una serie.

Nivel de competencia: Pensamiento matemático

Nivel de Marzano: Comprensión

Análisis de Distractores					
ÍTEM	A	B	C	D	Sin Respuesta
38	13.4%	20.7%	18.6%	39.0%	8.3%

RESPUESTA CORRECTA: D

Solución:

- La serie responde a un número que crece en tres y que su consecutivo en la tabla es el mismo número más ocho.

5+8	13
8+8	16
11+8	19

Por lo tanto el número que falta es el 11.

Posibles errores cometidos por los estudiantes	
<b>A</b>	Sumó el segundo y el tercer número.
<b>B</b>	Se puede tomar que la serie no crece constante por lo tanto el primero crece en 3 y el segundo valor crecería en 4. Esto significa que $8 + 4 = 12$ .
<b>C</b>	Sumó los dos números antes del valor que falta.

Ítem 42

A 60 km/h un automóvil recorre cierta distancia en 4 horas. ¿Cuántas horas tardará en recorrer la misma distancia pero a 90 km/h?

- a) 2.67 h
- b) 13.5 h
- c) 6.0 h
- d) 6.67 h

Contenido: Aritmética

¿Qué mide el ítem? La habilidad del estudiante para aplicar proporciones a la solución de problemas.

Nivel de competencia: Pensamiento matemático

Nivel de Marzano: Análisis

Análisis de Distractores					
ÍTEM	A	B	C	D	Sin Respuesta
42	41.4%	12.6%	27.1%	7.7%	11.2%

RESPUESTA CORRECTA: A

Solución:

- La solución se encuentra aplicando dos proporciones:

$$\frac{60\text{km}}{1\text{ h}} \times 4\text{h} = 240\text{ km} \qquad 240\text{ km} \times \frac{1\text{h}}{90\text{ km}} = 2.67\text{ h}$$

Posibles errores cometidos por los estudiantes	
B	El error es multiplicar las velocidades y el total dividirlo dentro de las horas.
C	El error es aplicar la proporción erróneamente y se obtiene 90 X 4 dividido 60.
D	El error es operar incorrectamente las proporciones.

## Ítem 18

Para resolver el problema: El costo total de 5 chocolates y 4 bombones es de Q 12.00, el costo total de 6 chocolates y 3 bombones es de Q 13.00. Para hallar el costo de cada uno de los artículos, debe utilizar:

- a) Sistema de ecuaciones
- b) Ecuaciones de segundo grado
- c) Ecuaciones lineales
- d) Ecuaciones equivalentes

Contenido: Álgebra

¿Qué mide el ítem? La habilidad para identificar el tipo de ecuación que resuelve el problema.

Nivel de competencia: Definiciones y cálculos

Nivel de Marzano: Comprensión

Análisis de Distractores					
ÍTEM	A	B	C	D	Sin Respuesta
18	45.8%	14.5%	9.9%	26.7%	3.1%

RESPUESTA CORRECTA: A

Solución:

- Si representamos los chocolates con X y los bombones con Y, la representación algebraica del problema sería :

$$5x + 4y = 12$$

$$6x + 3y = 13 \quad \text{Por lo tanto la solución es un sistema de ecuaciones.}$$

Posibles errores cometidos por los estudiantes	
B	Son dos variables diferentes y no responden a una cuadrática.
C	Son dos variable por lo tanto no es lineal.
D	La pregunta es "Para resolver el problema" por lo tanto la respuesta no puede ser esta, ya que equivalencia es una propiedad que pueden tener las ecuaciones.



## Ítem 23

¿Qué número completa la serie?

11	$\sqrt{81}$	$\sqrt{49}$	$\sqrt{25}$	
----	-------------	-------------	-------------	--

a)  $\sqrt{16}$       c) 4  
 b)  $\sqrt{9}$         d) 1

**Contenido:** Aritmética

**¿Qué mide el ítem?** La habilidad de encontrar la relación que existe en una serie.

**Nivel de competencia:** Definiciones y cálculos

**Nivel de Marzano:** Comprensión

Análisis de Distractores					
ÍTEM	A	B	C	D	Sin Respuesta
<b>23</b>	34.7%	38.9%	12.9%	8.4%	5.1%

**RESPUESTA CORRECTA:** B

**Solución:**

- Se presenta una serie decreciente de radicales de los cuales su resultado son números impares consecutivos, por lo que el número que falta sería 3 que escrito de forma radical se escribe  $\sqrt{9}$ .

Posibles errores cometidos por los estudiantes	
<b>A</b>	Se comete este error al tomar en cuenta únicamente el radical que sigue descendientemente, que sería $\sqrt{16}$ .
<b>C</b>	Se comete el mismo error que en el distractor A, con la diferencia que aquí se presenta el radical resuelto.
<b>D</b>	Se comete el error cuando se toma el siguiente impar que corresponde.

Ítem 12

¿Cuál es el valor de n?

$$\frac{3}{5} = \frac{15}{n}$$

a) 225                      c) 9

b) 25                         d) 1

**Contenido:** Aritmética

**¿Qué mide el ítem?** La habilidad de encontrar el valor que falta en una proporción.

**Nivel de competencia:** Definiciones y cálculos

**Nivel de Marzano:** Comprensión

Análisis de Distractores					
ÍTEM	A	B	C	D	Sin Respuesta
12	7.4%	37.4%	17.4%	35.0%	2.9%

**RESPUESTA CORRECTA:** B

**Solución:**

- Para encontrar el valor de “n” se debe aplicar la propiedad de las proporciones que dice: para encontrar un extremo, se multiplican los medios y se divide dentro del extremo conocido.  
Por lo tanto:  $n = (15 \cdot 5) / 3 = 25$ .

Posibles errores cometidos por los estudiantes	
<b>A</b>	El error es no aplicar correctamente la propiedad $n = 15 \cdot 5 \cdot 3 = 225$
<b>C</b>	El error es operar de forma incorrecta $(15/5)3 = 9$
<b>D</b>	El error es operar de forma incorrecta $(15/3 \cdot 5) = 1$

Ítem 5

Los primeros pares ordenados de una función están dados en la tabla.

X	3	4	5
F(x)	25	50	75

Podemos decir entonces que:

- a) La función tiene una relación directamente proporcional.
- b) La función tiene una relación inversamente proporcional.
- c) La función tiene una relación exponencial.
- d) La función tiene relación logarítmica.

**Contenido:** Álgebra y Funciones

**¿Qué mide el ítem?** La habilidad del estudiante para encontrar la relación entre las variables de una función.

**Nivel de competencia:** Definiciones y cálculos

**Nivel de Marzano:** Conocimiento

Análisis de Distractores					
ÍTEM	A	B	C	D	Sin Respuesta
5	39.8%	20.8%	17.0%	16.3%	6.1%

**RESPUESTA CORRECTA:** A

**Solución:**

- La variable independiente crece de uno en uno y la variable dependiente crece de veinticinco en veinticinco. El crecimiento es constante por lo que la relación entre variables es directamente proporcional.

Posibles errores cometidos por los estudiantes	
<b>B</b>	No es correcta ya que tendría que decrecer la variable dependiente cuando crece la independiente.
<b>C</b>	No es correcta ya que ninguna de las variables se encuentra como exponente de la función.
<b>D</b>	No es correcta ya que las variables no responden a una relación logarítmica.

Ítem 39

¿Qué ángulos son iguales al ángulo 4?

a) 1,5 y 8                      c) 2,6 y 5  
b) 3,7 y 8                      d) 1,7 y 6

Contenido: Geometría

¿Qué mide el ítem? La habilidad del estudiante para identificar la relación de ángulos entre paralelas.

Nivel de competencia: Pensamiento matemático

Nivel de Marzano: Comprensión

Análisis de Distractores					
ÍTEM	A	B	C	D	Sin Respuesta
39	36.9%	22.5%	20.0%	11.2%	9.4%

RESPUESTA CORRECTA: A

Solución:

- Para que los ángulos sea iguales debe responder a ser correspondientes entre las paralelas, esto solo se cumple con 1,4 y 5,8; por lo tanto la respuesta correcta es 1, 5, 8.

Posibles errores cometidos por los estudiantes	
B	La referencia es el ángulo 4 y el ángulo 3 es suplementario de este ángulo, por lo tanto no puede ser igual.
C	La referencia es el ángulo 4 y el ángulo 1 es suplementario de este ángulo, por lo tanto no puede ser igual.
D	En este caso el ángulo 1 es correspondiente al 4, pero los demás no cumplen la condición.

Ítem 14

En los triángulos rectángulos que se forman en la figura. ¿Cuál es la longitud del segmento AD?

a) 23.83                      c) 19  
b) 19.5                        d) 17.16

Contenido: Geometría

¿Qué mide el ítem? La habilidad del estudiante para encontrar la suma de las hipotenusas de dos triángulos proporcionales.

Nivel de competencia: Pensamiento matemático

Nivel de Marzano: Análisis

Análisis de Distractores					
ÍTEM	A	B	C	D	Sin Respuesta
14	38.4%	13.3%	24.6%	16.0%	7.7%

RESPUESTA CORRECTA: A

Solución:

- $DC = \sqrt{5^2 + 12^2} = \sqrt{25 + 144} = \sqrt{169} = 13$
- La proporción que relaciona  $\frac{13}{12} = \frac{AC}{10}$   
 $AC = \frac{130}{12} = 10.83$  . Por lo tanto  $AD = 13 + 10.83 = 23.83$

Posibles errores cometidos por los estudiantes	
A	Se procedió de forma incorrecta desde la radicación.
C	Se aplicó incorrectamente la proporción.
D	Sumó todos los datos disponibles en la figura.

## Ítem 17

Si  $Z = -25$ ,  $5W + Z = 425$ , entonces el valor de  $W$  es:

- a) 80                      c) 300  
b) 90                      d) 550

**Contenido:** Álgebra y funciones

**¿Qué mide el ítem?** La habilidad del estudiante para encontrar un valor desconocido a partir de otro conocido.

**Nivel de competencia:** Definiciones y cálculos

**Nivel de Marzano:** Conocimiento

Análisis de Distractores					
ÍTEM	A	B	C	D	Sin Respuesta
17	29.0%	30.5%	20.8%	13.4%	6.2%

**RESPUESTA CORRECTA:** B

**Solución:**

- En la ecuación  $5W + Z = 425$ , existe una condición  $Z = -25$  por lo que,  $w = \frac{425+25}{5} = 90$

Posibles errores cometidos por los estudiantes	
<b>A</b>	El error es tomar $Z=25$ , olvidó el signo negativo y al operar cambia $\frac{425-25}{5} = 80$ .
<b>C</b>	El error es multiplicar el $5 \times 25=125$ y restarlo de 425.
<b>D</b>	El error es multiplicar el $5 \times 25 =125$ y sumarlo con 425.

## Ítem 13

El valor de  $x$  en la ecuación  $4x - 6 [2x - 3 (5x - 8)] = 20$  es:

- a) 11/5      c) 22.5  
b) 2          d) 6

**Contenido:** Álgebra y funciones

**¿Qué mide el ítem?** La habilidad de calcular el valor de una variable en una ecuación.

**Nivel de competencia:** Reproducciones y cálculos

**Nivel de Marzano:** Conocimiento

Análisis de Distractores					
ÍTEM	A	B	C	D	Sin Respuesta
13	14.5%	38.3%	15.0%	25.4%	6.9%

**RESPUESTA CORRECTA:** B

**Solución:**

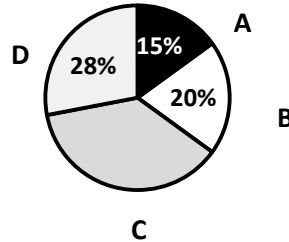
- Se debe realizar toda la jerarquía de operaciones de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
 4x - 6[2x - 3(5x - 8)] &= 20, \\
 4x - 6[2x - 15x + 24] &= 20, \\
 4x + 78x - 144 &= 20 \\
 82x - 144 &= 20, \\
 82x &= 164, x = 2
 \end{aligned}$$

Posibles errores cometidos por los estudiantes	
<b>A</b>	El error es operar linealmente sin respetar jerarquía y obtener 11/5 como resultado.
<b>C</b>	El error es no respetar el orden jerárquico de las operaciones y al final dividió 114/5.06
<b>D</b>	El error es triplicar la respuesta.

Ítem 44

Se encuestó a 1200 personas sobre la preferencia de varios productos similares, los datos obtenidos se muestran en el gráfico. ¿Cuántas personas prefirieron el producto C?



- a) 444
- b) 630
- c) 600
- d) 756

Contenido: Estadística

¿Qué mide el ítem? La habilidad del estudiante para interpretar la información presentada en un diagrama de sectores.

Nivel de competencia: Pensamiento matemático

Nivel de Marzano: Análisis

Análisis de Distractores					
ÍTEM	A	B	C	D	Sin Respuesta
44	32.1%	18.9%	16.2%	21.7%	11.2%

RESPUESTA CORRECTA: A

Solución:

- Al sumar todos los porcentajes conocidos se obtiene el 63% por los que se encuentra en el espacio C el 37% esto significa que

$$\begin{array}{r} 100\% \quad \underline{\quad} \quad 1200 \\ 37\% \quad \underline{\quad} \quad x \end{array}$$

El resultado es  $x = \frac{37 \cdot 1200}{100} = 444$



Posibles errores cometidos por los estudiantes	
B	El error es sumar todos los porcentajes $28+15+20=63$ pero como se habla de un porcentaje, se multiplica por 100.
C	El error es que se tomó la figura como que el valor que falta es el 50%.
D	El error es que se tomó el 63%

## Ítem 41

Deseo encontrar un número que al sumarle su triple, me de 210. ¿Cuál es la ecuación que resuelve este problema?

a)  $x + 3 = 210$

c)  $3x - x = 210$

b)  $x + 3x = 210$

d)  $x + 3 + x = 210$

**Contenido:** Álgebra y funciones

**¿Qué mide el ítem?** La habilidad del estudiante para matematizar una expresión.

**Nivel de competencia:** Pensamiento matemático

**Nivel de Marzano:** Análisis

Análisis de Distractores					
ÍTEM	A	B	C	D	Sin Respuesta
41	20.6%	31.5%	14.7%	22.3%	11.0%

**RESPUESTA CORRECTA:** B

**Solución:**

- El número se representa con  $x$ , al sumarle el triple de ese número que sería  $3x$  el resultado es 210. Matematizando la expresión  $x + 3x = 210$

Posibles errores cometidos por los estudiantes	
<b>A</b>	El error es únicamente sumar 3 en lugar del triple del número que era $3x$ .
<b>C</b>	El error es encontrar la diferencia entre los valores que establece el problema.
<b>D</b>	El error es considerar sumar tres en lugar de representar el triple.

## Ítem 16

¿Cuál de las siguientes operaciones es correcta?

a)  $(11^2)^3 = 11^5$                       c)  $(11^2)^3 = 11^6$

b)  $11^3 \cdot 11^4 = 121^7$                       d)  $11^3 + 11^4 = 22^7$

**Contenido:** Aritmética

**¿Qué mide el ítem?** La habilidad de los estudiantes para aplicar las propiedades de las potencias.

**Nivel de competencia:** Definiciones y cálculos

**Nivel de Marzano:** Conocimiento

Análisis de Distractores					
ÍTEM	A	B	C	D	Sin Respuesta
16	25.0%	19.1%	26.6%	27.1%	2.1%

**RESPUESTA CORRECTA:** C

**Solución:**

- Aplicando las propiedades de los exponentes, en una potencia que se encuentra elevada a otra, el resultado se obtiene copiando la base y multiplicando los exponentes.  $(11^2)^3 = 11^6$

Posibles errores cometidos por los estudiantes	
A	El error es sumar los exponentes en lugar de multiplicarlos.
C	El error es haber multiplicado las bases.
D	El error es aplicar la propiedad de la multiplicación para la suma.

## Ítem 10

La expresión  $10 - 16 \cdot 4 - (2 \cdot 3^2 - 15)^3 + 2 \cdot 5^2$  es igual a:

- a) 13                      c) -31  
b) -133                    d) 9260

**Contenido:** Aritmética

**¿Qué mide el ítem?** La habilidad del estudiante para operar siguiendo el orden jerárquico.

**Nivel de competencia:** Definiciones y cálculos

**Nivel de Marzano:** Conocimiento

Análisis de Distractores					
ÍTEM	A	B	C	D	Sin Respuesta
10	18.3%	28.2%	33.1%	13.1%	7.3%

**RESPUESTA CORRECTA:** C

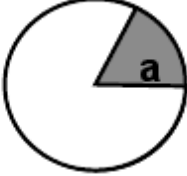
**Solución:**

- Respetando la jerarquía de operaciones se realiza el siguiente procedimiento:
- $10 - 16 \cdot 4 - (2 \cdot 3^2 - 15)^3 + 2 \cdot 5^2$
- $10 - 64 - (2 \cdot 9 - 15)^3 + 2 \cdot 25$
- $-54 - 3^3 + 50 = -81 + 50 = -31$

Posibles errores cometidos por los estudiantes	
<b>A</b>	Desarrolló las potencias como multiplicaciones.
<b>B</b>	Realizó toda la operación correcta y obtuvo el - 50, por lo cual realizó una suma.
<b>D</b>	No se respetó la jerarquía de operaciones y se multiplicó los resultados.

Ítem 19

La parte sombreada de la figura corresponde al 15% del área total del círculo. ¿Cuánto mide el ángulo de la parte que no está sombreada?



a) 306°                      c) 45°  
b) 54°                        d) 85°

**Contenido:** Geometría

**¿Qué mide el ítem?** La habilidad del estudiante para transformar porcentajes en ángulos de un círculo.

**Nivel de competencia:** Definiciones y cálculos

**Nivel de Marzano:** Comprensión

Análisis de Distractores					
ÍTEM	A	B	C	D	Sin Respuesta
19	27.9%	6.7%	17.4%	46.0%	1.9%

**RESPUESTA CORRECTA:** B

**Solución:**

- Este problema se resuelve aplicando una proporción o regla de tres.

$$\begin{array}{rcl}
 100\% & \underline{\hspace{2cm}} & 360 \\
 15\% & \underline{\hspace{2cm}} & a
 \end{array}
 \qquad
 a = \frac{360 * 15}{100} = 54$$

Posibles errores cometidos por los estudiantes	
A	Solamente se dividió 360 dentro de 15 para obtener esta respuesta.
C	Por ser 45 un ángulo de características peculiares, es fácil de que se tome como solución del problema.
D	Se puede tomar este ángulo como la sexta parte de la circunferencia por lo tanto $360/6 = 60$ .

Ítem 35

Doña Berta pone un negocio en el que hace una inversión inicial de Q 21,600.00. En promedio vende diariamente Q 1,200.00 pero tiene gastos diarios equivalentes al 60% de sus ingresos. ¿En cuántos días recupera su inversión

a) 18 días                      c) 45 días  
 b) 29 días                      d) 72 días

**Contenido:** Aritmética

**¿Qué mide el ítem?** La habilidad del estudiante para resolver problemas de aritmética.

**Nivel de competencia:** Resolución de problemas

**Nivel de Marzano:** Utilización

Análisis de Distractores					
ÍTEM	A	B	C	D	Sin Respuesta
<b>35</b>	27.8%	22.5%	27.5%	14.9%	7.3%

**RESPUESTA CORRECTA:** C

**Solución:**

- Si se venden 1200 diarios pero de ellos hay que descontar el 60%.
 

1200		100%	$x = \frac{1200 * 60}{100} = 720$
X		60%	

Se debe descontar del ingreso diario el total de gasto que se realiza:

$1200 - 720 = 480$ , por lo tanto, el total de la inversión se divide dentro del total que se gana por día.

Recupera la inversión en:  $\frac{21600}{480} = 45$

Posibles errores cometidos por los estudiantes	
<b>A</b>	Solo dividió la inversión dentro de lo que gana diariamente sin tomar en cuenta lo que gasta.
<b>C</b>	Se realizó el procedimiento del porcentaje pero a la venta diaria se le restó el 60%.
<b>D</b>	Se realizó la regla de tres y al total se le dividió dentro de 100.

Ítem 40

En la feria del libro, el precio inicial de una recopilación de biografías de personajes latinoamericanos era de Q 186.00. En la última semana de la feria, decidí comprar el libro y encontré que tenía un descuento del 35%. ¿Qué precio debo pagar por él?

a) Q 120.90                      c) Q 167.20  
 b) Q 65.10                        d) Q 124.20

**Contenido:** Aritmética

**¿Qué mide el ítem?** La habilidad del estudiante para resolver problemas de aritmética.

**Nivel de competencia:** Resolución de problemas

**Nivel de Marzano:** Utilización

Análisis de Distractores					
ÍTEM	A	B	C	D	Sin Respuesta
<b>40</b>	26.7%	24.7%	19.3%	19.7%	9.6%

**RESPUESTA CORRECTA:** A

**Solución:**

- Este problema se resuelve utilizando una regla de tres:

$$\begin{array}{rcl}
 \text{Q } 186.00 & & 100\% \\
 \times & \underline{\hspace{2cm}} & 35\% \\
 \hline
 & & 
 \end{array}
 \qquad
 x = \frac{186 * 35}{100} = \frac{6510}{100}$$

Con esta proporción obtenemos Q 65.10 de descuento, por lo tanto el precio a pagar es de  $186.00 - 65.10 = 120.90$ .

Posibles errores cometidos por los estudiantes	
<b>B</b>	Solo realizó la proporción y no se encontró el precio.
<b>C</b>	Operó de forma incorrecta $(35*100)/186$ .
<b>D</b>	El resultado obtenido en la regla de tres es incorrecto.

## Ítem 27

En la fórmula,  $2b = \frac{2q}{(p+1)(p-3)}$ , si  $p = -4$  y  $b = 4$ , ¿cuál es el valor de  $q$ ?

- a) 84                      c) -32  
b) -70                     d) -28

**Contenido:** Aritmética

**¿Qué mide el ítem?** La habilidad del estudiante de operar teniendo valores conocidos.

**Nivel de competencia:** Resolución de problemas

**Nivel de Marzano:** Comprensión

Análisis de Distractores					
ÍTEM	A	B	C	D	Sin Respuesta
27	24.4%	9.2%	33.5%	24.9%	7.9%

**RESPUESTA CORRECTA:** A

**Solución:**

- Al realizar el despeje y operar tenemos:  $2(4) = \frac{2q}{(-4+1)(-4-3)} = \frac{2q}{(-3)(-7)}$   
 $8(21) = 2q$   
 $\frac{168}{2} = q = 84$

Posibles errores cometidos por los estudiantes	
<b>B</b>	Se efectuó la operación $2 = \frac{q}{(5)(-7)}$
<b>C</b>	Se operó de forma incorrecta los denominadores obteniendo $8(4)=q$
<b>D</b>	Solo se tomó un paréntesis para operar $8(-7) = 2q$



## Ítem 32

Luis invierte tres cuartos de su dinero al 12% de interés anual y el resto al 8% de interés anual. Si su ingreso anual debido a las inversiones es de Q 2,500.00, ¿cuánto invirtió al 12%? La ecuación que resuelve el problema es:

a)  $12\left(\frac{3}{4}x\right) + 8\left(\frac{1}{4}x\right) = 2,500$

c)  $12\left(\frac{3}{4}x\right) + 8x = 2,500$

b)  $0.12\left(\frac{3}{4}x\right) + 0.08\left(\frac{1}{4}x\right) = 2,500$

d)  $0.12x + 0.08x = 2,500$

Contenido: Álgebra

¿Qué mide el ítem? La habilidad de los estudiantes para matematizar una expresión.

Nivel de competencia: Resolución de problemas

Nivel de Marzano: Utilización

Análisis de Distractores					
ÍTEM	A	B	C	D	Sin Respuesta
32	23.1%	26.4%	24.7%	17.9%	7.9%

RESPUESTA CORRECTA: B

Solución:

- El 12% se representa como 0.12 y se le aplica a  $\left(\frac{3}{4}x\right)$  y el 8% se representa como 0.08 y el resto del dinero sería  $\left(\frac{1}{4}x\right)$  por lo tanto:  $0.12\left(\frac{3}{4}x\right) + 0.08\left(\frac{1}{4}x\right) = 2500$

Posibles errores cometidos por los estudiantes	
A	No se tomó correctamente los porcentajes.
C	No se tomó correctamente los porcentajes ni la parte de dinero que se invierte a 8%.
D	No se tomó en cuenta que el dinero se invierte por partes, $\frac{3}{4}$ y $\frac{1}{4}$ se tomó el total.

Ítem 25

¿Cuál de las siguientes series de números está en orden decreciente?

a) 0.045, 0.37, 0.009, 0.40      c) 0.374, 0.3, 0.042, 0.005

b) 0.015, 0.03, 0.042, 0.005      d) 0.1, 0.12, 0.084, 0.09

**Contenido:** Aritmética

**¿Qué mide el ítem?** La habilidad del estudiante para ordenar números decimales.

**Nivel de competencia:** Definiciones y cálculos

**Nivel de Marzano:** Comprensión

Análisis de Distractores					
ÍTEM	A	B	C	D	Sin Respuesta
25	31.1%	14.5%	26.5%	23.8%	4.2%

**RESPUESTA CORRECTA:** C

**Solución:**

- La serie debe ordenarse de mayor a menor, por lo tanto:  
 $0.374 > 0.3 > 0.042 > 0.005$ . Esta es la serie correcta  
 $0.374, 0.3, 0.042, 0.005$ .

Posibles errores cometidos por los estudiantes	
<b>A</b>	$0.045 < 0.37 > 0.009 < 0.4$ Esta relación es incorrecta.
<b>B</b>	$0.015 < 0.03 < 0.042 > 0.005$ Esta relación es incorrecta.
<b>D</b>	$0.1 < 0.12 > 0.084 < 0.09$ Esta relación es incorrecta.

Ítem 24

La interpretación verbal de  $5ab^2 - (2c)^2$  es:

- a) Cinco veces el cuadrado de **a** por **b** menos el cuadrado de **2 c**.
- b) El producto de **5 a** por el cuadrado de **b**, menos el doble del cuadrado de **c**.
- c) Cinco veces **a** por el cuadrado de **b** menos el cuadrado de **2 c**.
- d) La diferencia de cinco veces **a** por el cuadrado de **b** con el doble del cuadrado de **c**.

Contenido: Álgebra

¿Qué mide el ítem? La habilidad del estudiante traducir una matematización.

Nivel de competencia: Definiciones y cálculos

Nivel de Marzano: Comprensión

Análisis de Distractores					
ÍTEM	A	B	C	D	Sin Respuesta
24	26.6%	30.8%	26.9%	13.2%	2.6%

RESPUESTA CORRECTA: C

Solución:

- La expresión indica cinco veces “a” por el cuadrado de “b” menos el cuadrado de (2c).

Posibles errores cometidos por los estudiantes	
A	El error es que menciona el cuadrado de “a” y esta no está elevada al cuadrado.
B	El error es que solo establece el cuadrado de “c” y no del “2”.
D	El error es que no menciona el cuadrado de (2c).

Ítem 6

Resuelva la siguiente operación:

$$\left(\frac{6}{5} - \frac{1}{3}\right) * \frac{2}{3}$$

a)  $-\frac{26}{45}$                       c)  $\frac{10}{6}$

b)  $\frac{26}{45}$                               d)  $\frac{10}{45}$

Contenido: Aritmética

¿Qué mide el ítem? La habilidad del estudiante para operar fracciones respetando la jerarquía.

Nivel de competencia: Resolución de problemas

Nivel de Marzano: Conocimiento

Análisis de Distractores					
ÍTEM	A	B	C	D	Sin Respuesta
6	10.5%	26.1%	42.8%	16.0%	4.6%

RESPUESTA CORRECTA: B

Solución:

- Se utilizan fracciones equivalentes y se opera:  $\left(\frac{18}{15} - \frac{5}{15}\right) = \frac{13}{15} * \frac{2}{3} = \frac{26}{45}$

Posibles errores cometidos por los estudiantes	
A	Al restar el signo lo dejo negativo y por eso su resultado es negativo.
C	Se operó de forma lineal únicamente $\left(\frac{6}{5} - \frac{1}{3}\right) = \frac{5}{2} * \frac{2}{3} = \frac{10}{6}$
D	Se multiplicó los divisores y se operó de forma lineal $(6-1)=5 * 2 = 10$ para obtener el numerador.

Ítem 8

Si  $p, q$  y  $r$  son números positivos, entonces:

$$(p - r)q$$

- a)  $p - rq$       c)  $pr - q$   
 b)  $pq - r$       d)  $pq - rq$

Contenido: Aritmética

¿Qué mide el ítem? La habilidad del estudiante para aplicar la propiedad distributiva.

Nivel de competencia: Definiciones y cálculos

Nivel de Marzano: Conocimiento

Análisis de Distractores					
ÍTEM	A	B	C	D	Sin Respuesta
8	25.1%	30.5%	20.0%	19.9%	4.5%

RESPUESTA CORRECTA: D

Solución:

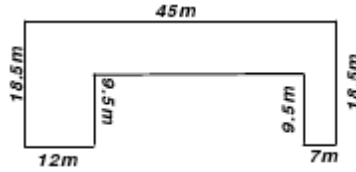
- Por la propiedad distributiva de la multiplicación se puede operar:  
 $pq - rq$

Posibles errores cometidos por los estudiantes	
A	El error es multiplicar $q$ solamente por $r$ .
B	El error es multiplicar $q$ solamente por $p$ .
C	El error es multiplicar los valores que están restándose y restar el que está multiplicando.



Ítem 45

¿Cuántos metros de alambre se necesitan para cercar un terreno como el de la figura, con 4 vueltas a su alrededor?



- a) 480m
- b) 146m
- c) 584m
- d) 404m

Contenido: Geometría

¿Qué mide el ítem? La habilidad del estudiante para resolver problemas geométricos.

Nivel de competencia: Pensamiento matemático

Nivel de Marzano: Utilización

Análisis de Distractores					
ÍTEM	A	B	C	D	Sin Respuesta
45	29.5%	16.6%	28.8%	13.4%	11.8%

RESPUESTA CORRECTA: C

Solución:

- Para responder a la pregunta se debe encontrar el perímetro de la figura, que es igual a sumar todas las partes, por lo que:  
 $12+18.5+45+18.5+7+9.5+26+9.5=146$  y se necesita 4 vueltas por lo tanto  $146 \times 4=584$

Posibles errores cometidos por los estudiantes	
A	El error es sumar únicamente los valores conocidos y no tomar en cuenta el valor que falta.
B	El error es que solo se tomó el perímetro y no las 4 vueltas que hay que darle al terreno.
D	El error es que no se tomó la parte horizontal de abajo.

## Ítem 2

Si  $4x^2 = 36$ , entonces  $4x^4$  es:

- a) 3                      c) 144  
b) 9                        d) 324

**Contenido:** Aritmética

**¿Qué mide el ítem?** La habilidad del estudiante para relacionar dos expresiones algebraicas.

**Nivel de competencia:** Definiciones y cálculos

**Nivel de Marzano:** Conocimiento

Análisis de Distractores					
ÍTEM	A	B	C	D	Sin Respuesta
2	5.1%	10.7%	54.2%	23.8%	6.3%

**RESPUESTA CORRECTA:** D

**Solución:**

- Al realizar el despeje de la expresión  $x = \sqrt{\frac{36}{4}} = \sqrt{9} = 3$ , encontramos el valor de  $x$ . Conociendo el valor de  $x$  determinamos el valor de la expresión:  
$$4x^4 = 4(3)^4 = 324$$

Posibles errores cometidos por los estudiantes	
<b>A</b>	El error es solamente despejar la expresión.
<b>B</b>	El error es solamente realizar la división, sin resolver el cuadrado.
<b>C</b>	El error se comete al despejar, ya que se multiplica el $4 \times 36$ y se deja esto como resultado.



Ítem 37

Los puntajes obtenidos por un grupo de estudiantes se muestran en la siguiente tabla:

Puntaje	No. de Alumnos
1 – 20	7
21 – 40	5
41 – 60	8
61 – 80	20
81 - 100	10

De acuerdo a la información, ¿qué porcentaje de alumnos obtuvo notas superiores a 60?

a) 30%                  c) 60%

b) 20%                  d) 70%

Contenido: Estadística

¿Qué mide el ítem? La habilidad del estudiante para interpretar la información.

Nivel de competencia: Resolución de problemas

Nivel de Marzano: Comprensión

Análisis de Distractores					
ÍTEM	A	B	C	D	Sin Respuesta
37	25.0%	24.5%	23.7%	20.9%	6.0%

RESPUESTA CORRECTA: C

Solución:

- Se encuentra el total de alumnos  $7 + 5 + 8 + 20 + 10 = 50$ , los que obtuvieron notas superiores a 60 son los que se encuentran en los dos últimos intervalos y son  $20 + 10 = 30$ . Por lo tanto:

$$\begin{array}{r} 50 \\ 30 \end{array} \begin{array}{l} \underline{\hspace{1cm}} \\ \underline{\hspace{1cm}} \end{array} \begin{array}{l} 100\% \\ x \end{array} \quad (30 * 100) / 50 = 60$$

Posibles errores cometidos por los estudiantes	
A	Al sumar la cantidad de alumnos que están sobre los 60 puntos se puede creer que es ya el porcentaje.
B	Se puede tomar el resto de alumnos que no obtuvieron punteo mayor de 60 y establecerlo como porcentaje.
D	Como los alumnos que obtuvieron notas arriba de 60, son 30. Se puede tomar los 70 que faltan para llegar al 100%, como el porcentaje respuesta.

Ítem 1

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

a)  $8y \cdot 8y \cdot 8y = 8y^3$                       c)  $8y \cdot 8y \cdot 8y = 512y$

b)  $8y \cdot 8y \cdot 8y = (8y)^3$                       d)  $8y \cdot 8y \cdot 8y = 24y^3$

**Contenido:** Aritmética

**¿Qué mide el ítem?** La habilidad del estudiante para aplicar las propiedades de los exponentes.

**Nivel de competencia:** Definiciones y cálculos

**Nivel de Marzano:** Conocimiento

Análisis de Distractores					
ÍTEM	A	B	C	D	Sin Respuesta
1	28.2%	21.0%	29.1%	19.9%	1.8%

**RESPUESTA CORRECTA:** B

**Solución:**

- Utilizando las propiedades de las potencias para una multiplicación se copia la base y se suman los exponentes, por lo tanto  $8y * 8y * 8y = (8y)^3$

Posibles errores cometidos por los estudiantes	
<b>A</b>	Esta opción es incorrecta porque solo se elevó al cubo la "Y" y no el 8.
<b>C</b>	Esta opción es incorrecta porque solo se multiplicó el 8 y no se elevó la "Y".
<b>D</b>	Esta opción es incorrecta ya que se operó $3(8)$ en lugar de $8^3$ .

Ítem 34

Un terreno mide 1,000 metro cuadrados, pero comercialmente se vende por varas cuadradas, a 30 quetzales cada una. Un comprador dispone de Q 35,974.00, ¿cuánto dinero le falta para comprarla de contado? ( $1\text{m}^2 = 1.43115\text{v}^2$ )

a) Q 6,960.50                      c) Q 16,960.50

b) Q 6,960.00                      d) Q 16,960.00

Contenido: Aritmética

¿Qué mide el ítem? La habilidad del estudiante para resolver problemas.

Nivel de competencia: Resolución de problemas

Nivel de Marzano: Utilización

Análisis de Distractores					
ÍTEM	A	B	C	D	Sin Respuesta
34	24.3%	32.0%	18.3%	14.9%	10.5%

RESPUESTA CORRECTA: A

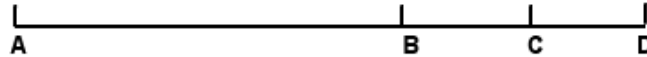
Solución:

- Convertir  $1.43115 \text{ v}^2 \times 1000 \text{ m}^2 = 1431.15 \times 30.00 = 42934.5$
- Encontrando la diferencia entre lo que tiene y lo que cuesta el terreno es  $42934.5 - 35974.00 = 6960.50$ .

Posibles errores cometidos por los estudiantes	
<b>B</b>	No tomó en cuenta los cincuenta centavos.
<b>C</b>	Al realizar la resta se operó incorrectamente.
<b>D</b>	Se realizó incorrectamente la resta y no se tomó en cuenta los cincuenta centavos.

Ítem 22

En la gráfica AD es un segmento que mide “Y” metros de longitud, AB mide “X” metros y el punto C es un punto medio de BD, ¿cuál es la ecuación que determina la longitud de AC?



a)  $x + \frac{x-y}{2}$

c)  $y + \frac{y-x}{2}$

b)  $x + \frac{y-x}{2}$

d)  $(y - x) - \frac{y-x}{2}$

Contenido: Álgebra

¿Qué mide el ítem? La habilidad del estudiante para relacionar una expresión con una gráfica.

Nivel de competencia: Resolución de problemas

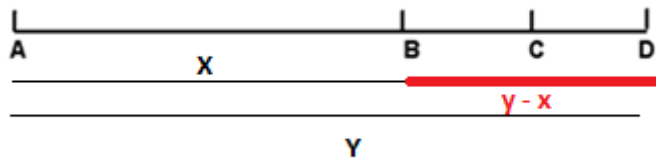
Nivel de Marzano: Comprensión

Análisis de Distractores					
ÍTEM	A	B	C	D	Sin Respuesta
22	16.7%	23.9%	30.5%	21.9%	7.0%

RESPUESTA CORRECTA: B

Solución:

- En la figura se muestra la relación de las variables. Se puede observar que de A a C tenemos,  $x + \frac{y-x}{2}$



Posibles errores cometidos por los estudiantes	
A	El error es restar a X la variable Y.
C	El error es que a “Y” se le sume un pedazo más.
D	El error es que se está restando dos veces el mismo pedazo.

Ítem 26

En la ecuación  $8dx+4dy-5=4dx$ , el valor de  $d$  es:

a)  $\frac{5}{4(x+y)}$                       c)  $\frac{5}{12x+4y}$

b)  $\frac{5}{8xy}$                                 d)  $\frac{5-4dy}{4x}$

Contenido: Álgebra

¿Qué mide el ítem? La habilidad del estudiante para despejar una variable.

Nivel de competencia: Definiciones y cálculos

Nivel de Marzano: Análisis

Análisis de Distractores					
ÍTEM	A	B	C	D	Sin Respuesta
26	17.0%	24.0%	26.0%	25.5%	7.4%

RESPUESTA CORRECTA: A

Solución:

- La ecuación es :  $8dx + 4dy - 4dx = 5$
- Despejando,  $4dx + 4dy = 5$
- Factorizando,  $4(x + y)d = 5$
- $d = \frac{5}{4(x+y)}$

Posibles errores cometidos por los estudiantes	
B	Se tomó incorrecto el factor común $8xy$ .
C	El factor común se multiplicó por 4.
D	Solo se tomó en cuenta la “d” que está en el primer miembro.

## Ítem 30

El año pasado, José ganaba Q5, 600.00 mensuales y ahorra un 16% de su sueldo. Este año, su sueldo mensual aumentó en un 10% y ahora ahorra un 15% de su sueldo actual, ¿cuánto dinero más ahorra ahora?

- a) Q 924.00                      c) Q 560.00  
b) Q 776.00                      d) Q 28.00

**Contenido:** Aritmética

**¿Qué mide el ítem?** La habilidad del estudiante para resolver problemas.

**Nivel de competencia:** Resolución de problemas

**Nivel de Marzano:** Utilización

Análisis de Distractores					
ÍTEM	A	B	C	D	Sin Respuesta
30	23.1%	18.0%	33.1%	19.5%	6.2%

**RESPUESTA CORRECTA:** D

**Solución:**

- El año pasado ahorra  $\frac{5600 \cdot 16}{100} = 896$
- Este año su sueldo es:  $\frac{5600 \cdot 10}{100} = 560 + 5600 = 6160$
- Por lo tanto ahora ahorra  $\frac{6160 \cdot 15}{100} = 924$
- Para responder a la pregunta encontramos que:  $924 - 896 = 28$

Posibles errores cometidos por los estudiantes	
A	El error es encontrar únicamente lo que ahorra ahora.
B	El error está en no realizar todas las operaciones implicadas en el problema.
C	El error es que utiliza el dato del 10% del sueldo como respuesta.





## Ítem 15

La interpretación verbal de  $(4x + 2)^3 - 5y^2$  es:

- a) El cubo de  $4x + 2$  menos el cuadrado de  $5y$ .
- b) El cubo de la suma de  $4x$  con  $2$ , menos 5 veces el cuadrado de  $y$ .
- c) La suma del cubo de  $4x$  más  $2$ , menos 5 veces el cuadrado de  $y$ .
- d) La diferencia del cubo de  $4x + 2$  con el cuadrado de  $5y$ .

Contenido: Álgebra

¿Qué mide el ítem? La habilidad del estudiante para traducir una matematización.

Nivel de competencia: Definiciones y cálculos

Nivel de Marzano: Comprensión

Análisis de Distractores					
ÍTEM	A	B	C	D	Sin Respuesta
15	41.3%	14.4%	24.4%	17.3%	2.5%

RESPUESTA CORRECTA: B

Solución:

- Observemos que debemos empezar estableciendo que dentro del paréntesis hay una expresión elevada al cubo, por lo que:  
El cubo de la sumas de  $4x$  con  $2$ , menos 5 veces el cuadrado de  $y$ .

Posibles errores cometidos por los estudiantes	
A	El error es que se menciona el cuadrado de $(5y)$ y solo la $(y)$ está al cuadrado.
C	En esta opción se refiere a $(4x)^3 + 2y$ y no corresponde a la expresión.
D	En esta opción se refiere a: el cuadrado de $(5y)$ y solo la $(y)$ está al cuadrado.

## Ítem 21

El valor de  $\sqrt{9x\sqrt{8x^3}\sqrt[3]{8x^3}}$  es:

- a) 24x      c) 6x  
b) 12x      d) 3x

Contenido: Aritmética

¿Qué mide el ítem? La habilidad para operar aplicando las propiedades de los radicales.

Nivel de competencia: Reproducciones y cálculos

Nivel de Marzano: Análisis

Análisis de Distractores					
ÍTEM	A	B	C	D	Sin Respuesta
21	39.1%	21.6%	18.6%	14.4%	6.2%

RESPUESTA CORRECTA: C

Solución:

- Se procede a resolver el radical interno:  $\sqrt{9x\sqrt{8x^3}\sqrt[3]{8x^3}} = \sqrt{9x\sqrt{8x^3} \times 2x}$
- $\sqrt{9x\sqrt{16x^2}} = \sqrt{9x \times 4x} = \sqrt{36x^2}$
- $6x$

Posibles errores cometidos por los estudiantes	
A	Al operar, solo multiplicó los valores y luego sacó raíz cuadrada ( $8 \cdot 8 \cdot 9$ ).
B	Se operó el producto de $8 \cdot 2$ , luego lo multiplicó por 9 y sacó raíz cuadrada.
D	Se eliminó dos raíces y le sacó a 9 la raíz cuadrada.

Ítem 9

¿Cuál es el área del piso que no está sombreada, si el bloque que se tomó de muestra ABCD, tiene forma cuadrada de 12 metros por lado?

a) 48 metros cuadrados                      c) 36 metros cuadrados  
b) 144 metros cuadrados                  d) 72 metros cuadrados

Contenido: Geometría

¿Qué mide el ítem? La habilidad del estudiante para resolver problemas.

Nivel de competencia: Resolución de problemas

Nivel de Marzano: Utilización

Análisis de Distractores					
ÍTEM	A	B	C	D	Sin Respuesta
9	49.5%	14.3%	17.7%	15.4%	3.1%

RESPUESTA CORRECTA: D

Solución:

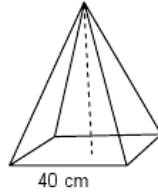
- Observemos que al unir las áreas en blanco obtenemos la mitad del cuadrado más grande, por lo tanto el área que no está sombreada es  $\frac{1}{2}$  del área total entonces la solución es igual a  $\frac{12 \cdot 12}{2} = \frac{144}{2} = 72$

Observación: hay varias formas de resolverlo, sin embargo se busca que el estudiante utilice sus relaciones espaciales.

Posibles errores cometidos por los estudiantes	
A	El error es encontrar el área multiplicando $12 \cdot 2 = 24$ y volver a multiplicarlo por 2.
B	El error es tomar el área total del cuadrado.
C	El error es dividir de nuevo dentro de dos.

Ítem 43

Se desea construir una pirámide de madera, tal como se muestra en la figura. La base es cuadrada y la altura de cada cara lateral mide 50 cm. ¿Cuánta madera se ocupará?



- a) 5600 cm<sup>2</sup>
- b) 4500 cm<sup>2</sup>
- c) 2600 cm<sup>2</sup>
- d) 4160 cm<sup>2</sup>

Contenido: Geometría

¿Qué mide el ítem? La habilidad del estudiante para resolver problemas.

Nivel de competencia: Pensamiento matemático

Nivel de Marzano: Análisis

Análisis de Distractores					
ÍTEM	A	B	C	D	Sin Respuesta
43	16.7%	25.3%	35.3%	9.2%	13.5%

RESPUESTA CORRECTA: A

Solución:

- La base de la pirámide es de  $40 * 40 = 1600$  y la del triángulo  $\frac{40*50}{2} = 1000$ , como son 4 triángulos en total el área será  $4(1000) + 1600 = 5600cm^2$

Posibles errores cometidos por los estudiantes	
B	El error es calcular de forma incorrecta las áreas.
C	El error es no tomar en cuenta el área de los 4 triángulos.
D	El error es que al encontrar el área de la base solo se multiplicó por 4.

Ítem 11

Completa la siguiente expresión utilizando el signo adecuado.

$$\frac{ab+ac}{a} \boxed{\phantom{0000}} b+ac$$

a) =            c) ≥  
 b) ≠            d) <

Contenido: Aritmética

¿Qué mide el ítem? La habilidad del estudiante para determinar la tricotomía de dos cantidades.

Nivel de competencia: Definiciones y cálculos

Nivel de Marzano: Conocimiento

Análisis de Distractores					
ÍTEM	A	B	C	D	Sin Respuesta
11	59.9%	18.7%	8.7%	10.1%	2.6%

RESPUESTA CORRECTA: D

Solución:

- Al simplificar la expresión, el primer miembro quedaría  $b+c$  y el segundo miembro queda  $b+ac$ ; esto significa que no son iguales. En el segundo miembro, el segundo término es múltiplo de  $c$ , por lo tanto, el primer miembro es menor que el segundo.

Posibles errores cometidos por los estudiantes	
A	El error es operar el divisor del primer miembro y únicamente aplicarlo al primer término, se obtiene $ab+ac$ y $ab+ac$ .
B	Esta opción no es válida ya que debemos demostrar la tricotomía y esta no pertenece a ella.
C	En esta opción se puede pensar que al existir el factor "a" más veces en el primer miembro, el resultado podría ser mayor o por lo menos igual.

