

Diagrama de Venn

Los **diagramas de Venn** son esquemas usados en la teoría de conjuntos, tema de interés en matemáticas, lógica de clases y razonamiento diagramático. Estos diagramas muestran colecciones (*conjuntos*) de cosas (*elementos*) por medio de líneas cerradas. La línea cerrada exterior abarca a todos los elementos bajo consideración, el conjunto universal *U*.

Los diagramas de Venn fueron ideados hacia 1880 por John Venn.

Índice

Introducción

- Intersección
- Inclusión
- Disyunción

Orígenes e historia

Diagramas de Venn de enunciados

Diagramas de Venn y cantidad de definiciones

- Diagrama de un conjunto
- Diagrama de dos conjuntos
- Diagrama de tres conjuntos
- Diagramas de más de tres conjuntos
 - Diagramas de Edwards
 - Otros diagramas

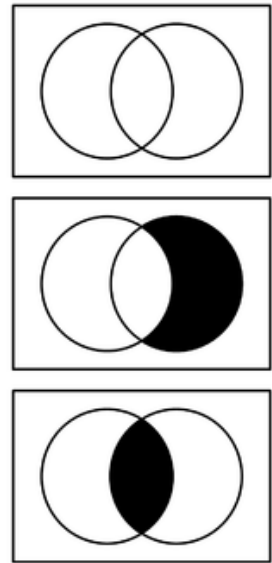
Otras representaciones

- Líneas de Leibniz
- Círculos de Euler
- Mapas de Karnaugh
- Gráficos de Peirce.

Véase también

Referencias

Enlaces externos



Diagramas de Venn que corresponden respectivamente a las relaciones topológicas de unión, inclusión y disyunción entre dos conjuntos

Introducción

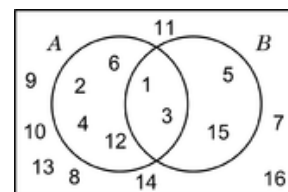
Con los diagramas de Venn es posible representar las relaciones de intersección, inclusión y disyunción sin cambiar la posición relativa de los conjuntos

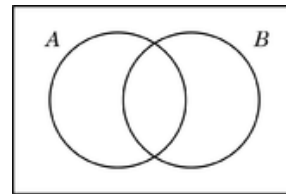
Intersección

Dado que los conjuntos pueden tener elementos comunes, las regiones encerradas por sus líneas límite se superponen. El conjunto de los elementos que pertenecen simultáneamente a otros dos es la *intersección* de ambos.¹

$$\begin{aligned}
 A &= \{1; 2; 3; 4; 6; 12\} \\
 B &= \{1; 3; 5; 15\} \\
 U &= \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12; 13; 14; 15; 16\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 A &= \{x \mid x \text{ es divisor natural de } 12\} \\
 B &= \{x \mid x \text{ es divisor natural de } 15\} \\
 U &= \{x \mid x \text{ es natural menor o igual que } 16\}
 \end{aligned}$$





Intersección = 1, 3

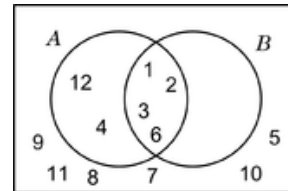
Inclusión

Si todos los elementos de un conjunto son parte de los elementos de otro, se dice que el primero es un *subconjunto* del segundo o que *está incluido* en el segundo.¹ En los diagramas de Venn, todas las regiones de superposición posibles deben ser representadas. Y, cuando hay regiones que no contienen elementos (*regiones vacías*), la situación se indica anulándolas (con un color de fondo distinto).²

$$A = \{1; 2; 3; 4; 6; 12\}$$

$$B = \{1; 2; 3; 6\}$$

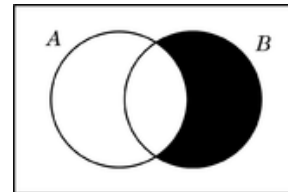
$$U = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12\}$$



$$A = \{x \mid x \text{ es divisor natural de } 12\}$$

$$B = \{x \mid x \text{ es divisor natural de } 6\}$$

$$U = \{x \mid x \text{ es natural menor o igual que } 12\}$$



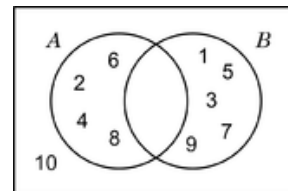
Disyunción

Cuando los conjuntos no tienen elementos comunes, la región de superposición queda vacía.

$$A = \{2; 4; 6; 8\}$$

$$B = \{1; 3; 5; 7; 9\}$$

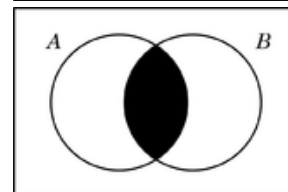
$$U = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}$$



$$A = \{x \mid x \text{ es par y de una cifra}\}$$

$$B = \{x \mid x \text{ es impar y de una cifra}\}$$

$$U = \{x \mid x \text{ es natural menor o igual que } 10\}$$



A la izquierda de los diagramas, las definiciones de los conjuntos *por enumeración* y *por comprensión*.

Orígenes e historia

Los diagramas de Venn tienen el nombre de su creador, John Venn, matemático y filósofo británico.³ Estudiante y más tarde profesor del Caius College de la Universidad de Cambridge, Venn desarrolló toda su producción intelectual en ese ámbito.⁴

Los diagramas que hoy conocemos fueron presentados en julio de 1880 en el trabajo titulado *De la representación mecánica y diagramática de proposiciones y razonamientos*,⁵ que tuvo gran repercusión en el mundo de la lógica formal. Los diagramas de Venn tienen varios antecedentes. La primera representación gráfica de deducciones lógicas —y, en particular, de silogismos— se atribuye comúnmente a Gottfried Leibniz. Variantes de la misma fueron empleadas luego por George Boole y Augustus De Morgan, pero fue el gran matemático suizo Leonhard Euler quien primero introdujo una notación clara y sencilla.² El siguiente diagrama muestra de otro modo la relación de inclusión del ejemplo dado en la introducción.

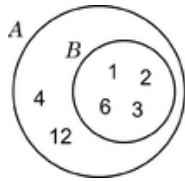


diagrama de Euler

Los diagramas de Euler se distinguen de los de Venn en dos aspectos:

- en ellos no aparecen las regiones vacías y
- el conjunto universal no se representa.

Si bien fue Venn quien introdujo la expresión "universo del discurso", él nunca representó al universal en sus trabajos.³ Por eso la idea de conjunto universal se atribuye habitualmente a Charles Dodgson, más conocido como Lewis Carroll, el lógico y autor de cuentos para niños que popularizó el concepto de conjunto complementario.¹ El conjunto universal fue cuestionado por Bertrand Russell, quien mostró que con tal concepto la teoría de conjuntos resultaba inconsistente (véase paradoja de Russell). Sin embargo, dicha definición fue rescatada y aun justificada en una reciente extensión de los diagramas de Venn que distingue al universal del Todo (universo del discurso).⁶ Por las dos razones recién mencionadas, los diagramas de Venn llegaron a convertirse en el nuevo estándar para la formalización de operaciones lógicas y los sistemas de representación anteriores cayeron en desuso.²

Tiempo después de la aparición del primer artículo, Venn desarrolló algo más su nuevo sistema en el libro *Lógica simbólica*, publicado en 1881 y cuyo propósito era interpretar y revisar los trabajos de Boole en el campo de la lógica formal. Este libro sirvió sobre todo para presentar ejemplos del uso de los diagramas.⁷ Otro libro de Venn que ayudó a divulgar el nuevo sistema de representación fue el titulado *Los principios de la lógica empírica o inductiva*, publicado en 1889.⁸

La primera constancia escrita del uso de la expresión "diagrama de Venn" es muy tardía (1918) y se encuentra en el libro *A Survey of Symbolic Logic* de Clarence Irving Lewis.⁹

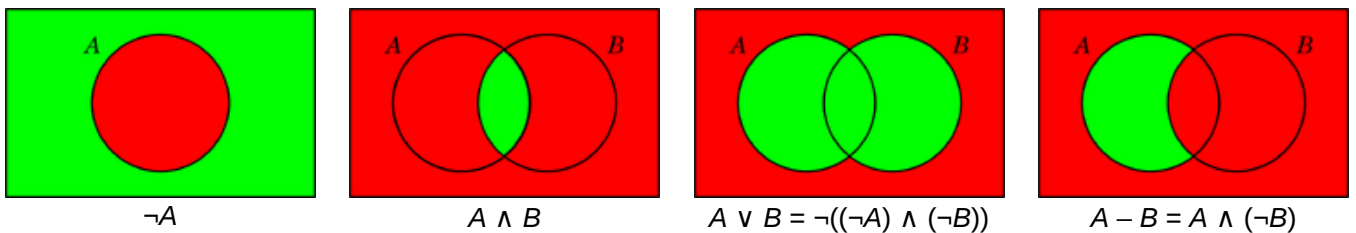


Vitrail del comedor del Caius College (Cambridge) en homenaje a John Venn y su creación

Diagramas de Venn de enunciados

Como se mostró en la introducción, los diagramas de Venn pueden ser definidos por comunicaciones de sus elementos o por indicación de una característica común que los identifica unívocamente.¹ De ahí que haya dos tipos de diagramas de Venn: los que muestran elementos reunidos por líneas cerradas y los que simplemente muestran enunciados o conceptos. Estos últimos son más interesantes porque permiten operar de manera abstracta y llegar a conclusiones más generales.¹⁰

Los siguientes diagramas del segundo tipo muestran los resultados de cuatro operaciones básicas con conjuntos usando el código del semáforo de dos colores.¹¹

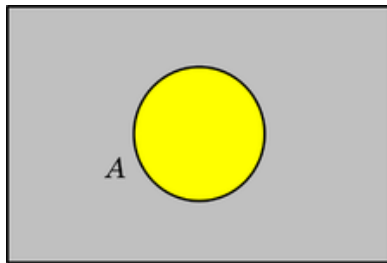


Como se desprende de las igualdades, con las dos primeras operaciones (*negación* y *conjunción*), es posible hacer las otras dos (*disyunción* y *sustracción*).

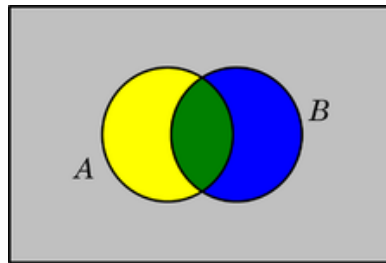
El código de dos colores puede ser interpretado en el sistema binario de numeración: rojo = 0; verde = 1. A los resultados de las operaciones se los puede entonces digitalizar. Y a los términos que participan de las operaciones, también. De este modo, las operaciones con conjuntos se convierten en operaciones con números.¹²

Diagramas de Venn y cantidad de definiciones

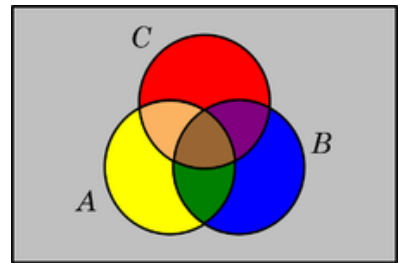
Los siguientes diagramas muestran la cantidad de regiones en que queda dividido el conjunto universal con una, dos y tres definiciones.



1 conjunto (1 color)



2 conjuntos (3 colores)



3 conjuntos (7 colores)

Entre los colores se cuenta el gris, que en todos los casos corresponde a los elementos que no caen en ninguna definición.

Diagrama de un conjunto

Tiene sólo 2 regiones: la de los elementos que responden a la definición A y la de los que se oponen a ella.¹

Diagrama de dos conjuntos

Tiene 4 regiones. Considérese el siguiente ejemplo: el conjunto A es el de los animales bípedos y el conjunto B es el de los animales que pueden volar. El área donde las dos regiones se superponen contiene por lo tanto a todos los animales que, al mismo tiempo, son bípedos y pueden volar. En resumen:

- A (regiones amarilla y verde): animales bípedos,
- B (regiones azul y verde): animales que pueden volar,
- A y B (región verde): animales bípedos que pueden volar,
- A y no B (región amarilla): animales bípedos que no pueden volar,
- no A y B (región azul): animales no bípedos (que no tienen dos patas) que pueden volar,
- no A y no B (región gris): animales no bípedos que no pueden volar,
- A o B (regiones amarilla, azul y verde): animales bípedos o que pueden volar.

Los pingüinos, que tienen dos patas y no pueden volar, están en la región amarilla; los mosquitos, que tienen seis patas y pueden volar, están en la región azul; los loros, que tienen dos patas y pueden volar, están en la región verde; las ballenas, que no tienen patas ni pueden volar, están en la región gris.

Diagrama de tres conjuntos

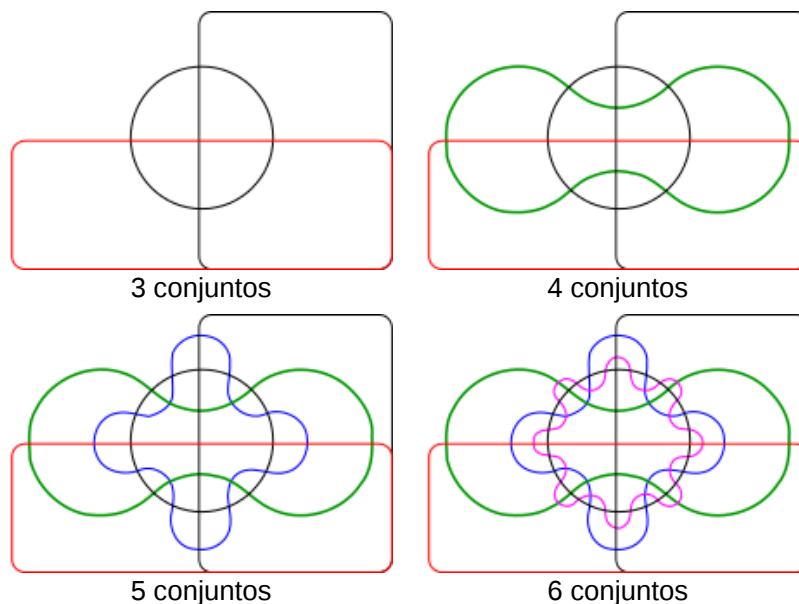
Tienen 8 regiones. Los diagramas de tres conjuntos fueron los más usados por Venn en toda su obra. Un ejemplo de aplicación podría ser el siguiente: dado un grupo de personas, A es el conjunto de las de sexo masculino, B el conjunto de las mayores de 18 años y C el conjunto de las que trabajan. De este modo, la región verde sería la de las personas de sexo masculino, mayores de 18 años, que no trabajan.¹³

Diagramas de más de tres conjuntos

La dificultad de representar más de tres conjuntos mediante diagramas de Venn es evidente. Venn sentía afición por los diagramas de más de tres conjuntos, a los que definía como "figuras simétricas, elegantes en sí mismas". A lo largo de su vida, diseñó varias representaciones usando elipses, y dejó indicaciones para la construcción de diagramas con cualquier cantidad de curvas, partiendo del diagrama de tres círculos.¹⁴

Diagramas de Edwards

Anthony William Fairbank Edwards propuso diagramas para más de tres conjuntos, proyectando el diagrama sobre una esfera. Tres conjuntos pueden ser representados fácilmente tomando tres hemisferios en ángulos rectos ($x = 0$, $y = 0$ y $z = 0$). Un cuarto conjunto puede ser representado tomando una curva similar a la juntura de una pelota de tenis que suba y baje alrededor del ecuador. Los conjuntos resultantes pueden ser proyectados de nuevo sobre el plano para mostrar diagramas de tipo engranaje, con cantidades cada vez mayores de dientes. Edwards ideó estos diagramas mientras diseñaba la ventana acristalada en memoria de Venn que hoy adorna el comedor del Caius College.¹⁵



Otros diagramas

Los diagramas de Edwards son topológicamente equivalentes a los diagramas diseñados por Branko Grünbaum, que se basan en la intersección de polígonos con cantidades crecientes de lados.^{16 17 18} Phillip Smith ideó diagramas similares de n conjuntos usando curvas senoidales con ecuaciones del tipo $y = \sin(2^i x)/2^i$, $0 \leq i \leq n - 2$. Por su parte, Lewis Carroll diseñó un diagrama de cinco conjuntos.

Otras representaciones

A continuación se hace referencia a representaciones relacionadas con los diagramas de Venn.

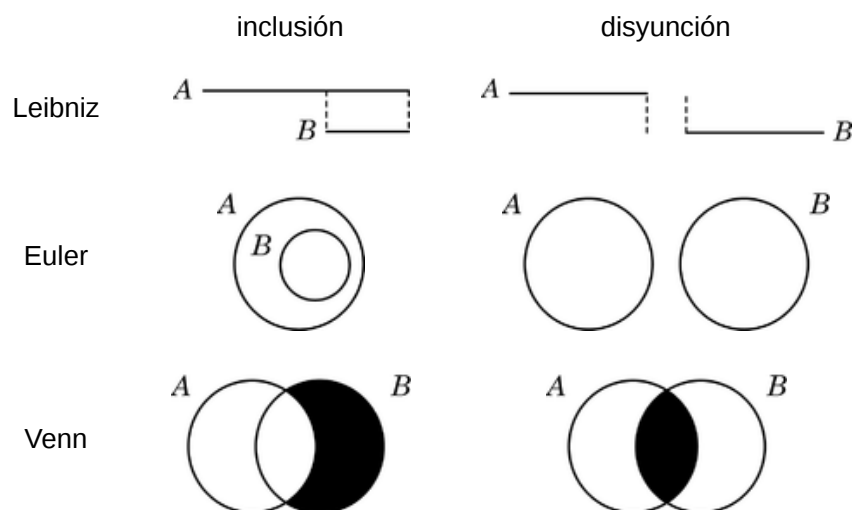
Líneas de Leibniz

Las líneas de Leibniz fueron las primeras representaciones de conceptos lógicos. Leibniz también representó los conceptos con círculos, pero prefería las líneas.

Círculos de Euler

Los círculos de Euler preceden históricamente a los diagramas de Venn y en algunas aplicaciones son todavía usados.

La diferencia entre los diagramas de Euler y de Venn se observa sobre todo en las relaciones de inclusión y de disyunción.



Los diagramas de Venn muestran la topología del sistema sin que sea necesario modificar la posición relativa de los conjuntos, a costa de introducir una nueva convención: el sombreado de las regiones vacías.

Mapas de Karnaugh

Los mapas de Karnaugh o diagramas de Veitch son una representación visual de expresiones del álgebra de Boole.¹⁹

Gráficos de Peirce.

Los gráficos de Peirce son extensiones de los diagramas de Venn que incluyen información sobre afirmaciones existenciales, disyuntivas, de probabilidades y otras relaciones.²


Véase también

- Diagramas
- Teoría de conjuntos
- Círculos de Euler
- Mapas de Karnaugh
- Cartas de Smith
- Diagramas de Carroll
- Gráficos existenciales
- Razonamiento diagramático
- Camino del Ser
- Álgebra de Boole

Referencias

1. Juan José Luetich, "Ser o ser no, ése es el dilema" (<http://archive.org/details/SerOSerNoEseEsEIDilema>), *Actas – Suplemento 1*, 1 (1) 1, Rosario, Academia Luventicus, 2001
2. Edward N. Zalta – Uri Nodelman – Colin Allen (editores), artículo: "Diagrams" (<http://plato.stanford.edu/entries/diagrams/>), *Stanford Encyclopedia of Philosophy*, Stanford, Metaphysics Research Lab – Center for the Study of Language and Information – Stanford University, 2001–2013
3. Margaret E. Baron, "A Note on the Historical Development of Logic Diagrams: Leibniz, Euler and Venn" (<http://www.jstor.org/discover/10.2307/3614533>), *The Mathematical Gazette*, Vol. 53 No. 384, Leicester, The Mathematical Association, 1969
4. Anónimo, "Obituary Notices of Fellows Deceased: Rudolph Messel, Frederick Thomas Trouton, John Venn, John Young Buchanan, Oliver Heaviside, Andrew Gray", *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, Vol. 110 No. 756, Londres, The Royal Society, 1926
5. John Venn, "On the Diagrammatic and Mechanical Representation of Propositions and Reasonings", *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 10 (58) 1–18, Escocia, Taylor & Francis, 1880
6. "Camino del ser y diagrama total" (<http://www.luventicus.org/actas/editoriales/caminodelserydiagramatotal.html>)
 - Archivado (<http://web.archive.org/web/20140218230525/http://www.luventicus.org/actas/editoriales/caminodelserydiagramatotal.html>) el 18 de febrero de 2014 en la *Wayback Machine.*, *Actas – Editoriales*, Rosario, Academia Luventicus, 2013
7. John Venn, *Symbolic Logic*, Londres, Macmillan, 1881
8. Clarence Irving Lewis, *A survey of symbolic logic*, Berkeley, University of California Press, 1918
9. John Venn, *The Principles Of Empirical Or Inductive Logic*, Londres, Macmillan, 1907
10. Juan José Luetich, "Ser y pertenecer" (<http://archive.org/details/SerYPertenecer>), *Actas – Suplemento 1*, 1 (2) 1, Rosario, Academia Luventicus, 2008
11. Javier R. Movellan, "Tutorial on axiomatic ser theory" (<http://mplab.ucsd.edu/tutorials/settheory.pdf>)
 - Archivado (<http://web.archive.org/web/20120805012950/http://mplab.ucsd.edu/tutorials/settheory.pdf>) el 5 de agosto de 2012 en la *Wayback Machine.*, *Tutorial on axiomatic ser theory*, Kolmogorov Project, 2003
12. A. Calini – E. Jurisich – S. Shields, "Set Theory and Logic" (<http://shieldss.people.cofc.edu/Math103handout.pdf>), *Set Theory and Logic*, College of Charleston, 2008
13. Juan José Luetich, "Operaciones con tres conjuntos" (<http://www.luventicus.org/articulos/03U015/index.html>)
 - Archivado (<http://web.archive.org/web/20131023223210/http://www.luventicus.org/articulos/03U015/index.html>) el 23 de octubre de 2013 en la *Wayback Machine.*, *Luventicus – Universidad*, Rosario, Academia Luventicus, 2003
14. Frank Ruskey – Mark Weston, "A Survey of Venn Diagrams" (<http://www.combinatorics.org/Surveys/ds5/VennEJC.html>)
 - Archivado (<http://web.archive.org/web/20111011075509/http://www.combinatorics.org/Surveys/ds5/VennEJC.html>) el 11 de octubre de 2011 en la *Wayback Machine.*, "What is a Venn Diagram?", *The Electronic Journal of Combinatorics*, combinatorics.org, 2005
15. Anthony W. F. Edwards, "Cogwheels of the Mind: The Story of Venn Diagrams", Baltimore (Máriland), The Johns Hopkins University Press, 2004
16. Branko Grünbaum, "Venn Diagrams I", *Geombinatorics*, Vol. 1 No. 4, 1992
17. Branko Grünbaum, "Venn Diagrams II", *Geombinatorics*, Vol. 2 No. 2, 1992
18. Branko Grünbaum, "The search for symmetric Venn diagrams", *Geombinatorics*, Vol. 8 No. 1, 1999

Enlaces externos

-  [Wikimedia Commons](#) alberga una categoría multimedia sobre **Diagrama de Venn**.
- [LogicTutorial.com](http://www.logictutorial.com/) (<http://www.logictutorial.com/>): Lecturas sobre exclusión y significación.
- [Winvenn](http://barnyard.syr.edu/software.shtml) (<http://barnyard.syr.edu/software.shtml>): Programa que permite a los alumnos explorar la notación de la teoría de conjuntos sombreando diagramas.
- [XFig](http://xfig.org) (<http://xfig.org>): Programa de creación de gráficos con licencia GPL que genera varios códigos, incluyendo LaTeX, Postscript Encapsulado y PDF.
- [3 Circle Venn Diagram Applet](http://www.cs.kent.ac.uk/people/staff/pjr/EulerVennCircles/EulerVennApplet.html) (<http://www.cs.kent.ac.uk/people/staff/pjr/EulerVennCircles/EulerVennApplet.html>): Programa de uso en línea para la creación de diagramas de tres conjuntos con áreas proporcionales.

Obtenido de «https://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Diagrama_de_Venn&oldid=118619593»

Esta página se editó por última vez el 28 ago 2019 a las 07:32.

El texto está disponible bajo la [Licencia Creative Commons Atribución Compartir Igual 3.0](#); pueden aplicarse cláusulas adicionales. Al usar este sitio, usted acepta nuestros [términos de uso](#) y nuestra [política de privacidad](#).
Wikipedia® es una marca registrada de la [Fundación Wikimedia, Inc.](#), una organización sin ánimo de lucro.